

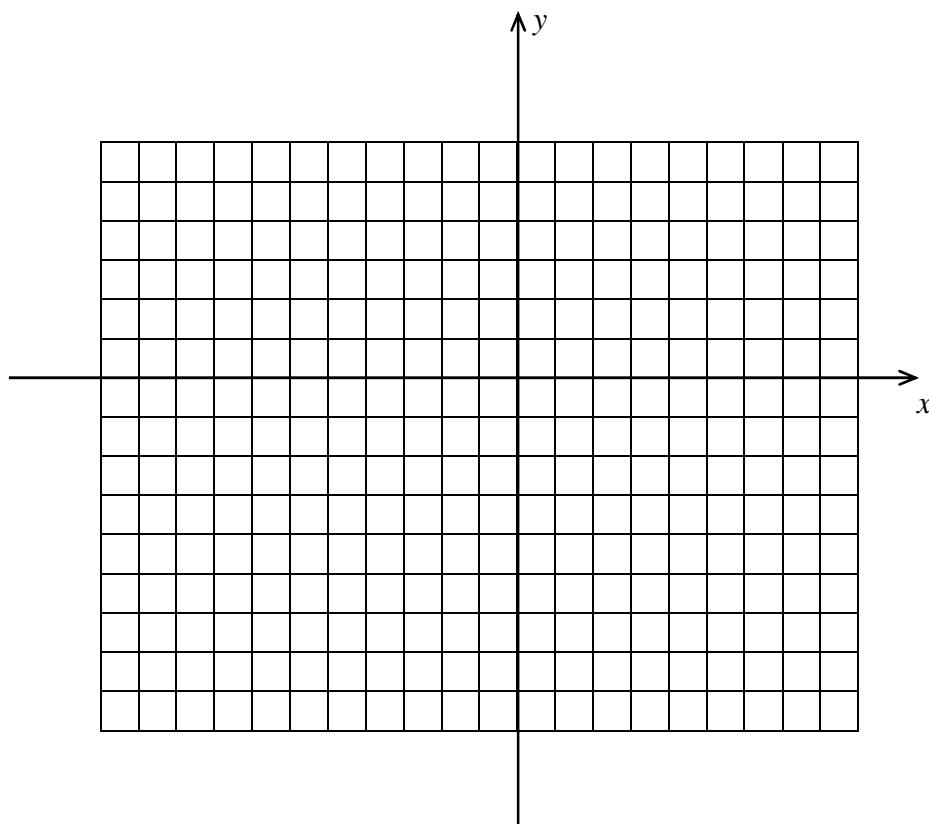
Miejsce egzaminu	Nr kandydata

EGZAMIN Z MATEMATYKI, wersja III-B

Uwaga. Nie wolno używać kalkulatora.
Proszę nie używać korektora. Błędne obliczenia lub sformułowania wystarczy wyraźnie skreślić.

1. Naskicować wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{dla } x \leq -1 \\ x & \text{dla } x > -1 \end{cases}$

i wyznaczyć jej ekstrema lokalne.



2. Rozwiązać układ nierówności
$$\begin{cases} 9x^2 - 6x + 1 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \end{cases}$$

3. Pochodna funkcji f , określonej w całym zbiorze liczb rzeczywistych, jest równa $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$. W jakich przedziałach funkcja f jest rosnąca?

4. Niech $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sin x \geq \frac{1}{2} \right\}$, $B = \{ x \in \mathbb{R} : \log_3 x < 0 \}$. Wyznaczyć zbiór $A \cap B$.

5. Obliczyć w , jeśli:

a) $w = \left(\sqrt[3]{16} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 4^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{18} \right)^3,$

b) $w = x + y \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}},$ gdzie $x = 3, y = -4.$

6. Rozwiązać nierówność $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) > -2.$

7. Obliczyć granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2n^2-1}.$

8. Spośród kartek z napisami: $\log 100$, $5 \cos \pi$, $(-1)^{-2}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$, $16^{\frac{1}{2}}$ losujemy jednocześnie dwie kartki. Obliczyć prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb na wylosowanych kartkach będzie liczbą parzystą.

9. Dla jakich wartości parametru m proste $p_1 : (2m - 1)x + y - m = 0$ i $p_2 : (m + 1)x + y + 5 = 0$ są: a) równoległe, b) prostopadłe?

10. Wielomian $W(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + m$ dzieli się przez $x - 3$. Znaleźć wszystkie pierwiastki tego wielomianu.